La transición de las Matemáticas del ingeniero a las Matemáticas profesionales en Colombia (1940-1950)[1]

Luis Carlos Arboleda
Instituto de Educación y Pedagogía, Universidad del Valle
Colombia
luis.carlos.arboleda@gmail.com

Resumen[2]

En esta comunicación se mostrará que la historia de la educación matemática ofrece lecciones interesantes sobre la construcción de escuelas de pensamiento matemático en nuestros países. Situada debidamente en una perspectiva pedagógica, esta historia puede igualmente contribuir a enriquecer los enfoques de formación de docentes en nuestros contextos sociales y culturales. Nos centraremos en la transición de las matemáticas del ingeniero a las matemáticas profesionales en los años 1940-1950, periodo en el cual empezaron a introducirse en el país las primeras formas de institucionalización y profesionalización de las matemáticas universitarias como práctica independiente de la formación de ingenieros. El caso de estudio es el impacto que habrían tenido en esta transición los cursos y conferencias en matemáticas y historia de las matemáticas impartidos por el matemático e historiador de las matemáticas español Francisco Vera (1888-1967) durante su exilio en Colombia (1941-1944).

Palabras clave

Historia de la educación matemática, matemáticas del ingeniero, matemáticas profesionales, Francisco Vera, Universidad Nacional de Colombia.

Abstract

In this communication it will be shown that the history of Mathematics Education offers interesting lessons on the construction of schools of mathematical thought in our countries. This history, which necessarily has a pedagogical perspective, can equally contribute to enrich the approaches to teacher preparation in our social and cultural contexts. The focus will be on the transition from the Mathematics of Engineers to the professional mathematics in the years 1940-1950, the period in which the first forms of institutionalization of university Mathematics as a practice independent of the education of Engineers emerged. A case study will be presented on the impact that the courses and talks given by the Spanish Mathematician and historian Francisco Vera (1888-1967) had on this transition during his exile in Colombia (1941-1944).

[1] Este trabajo corresponde a una conferencia paralela dictada en la XIV CIAEM, celebrada en Tuxtla Gutiérrez, Chiapas, México el año 2015. Una nueva versión mejorada y extendida bajo el titulo "Francisco Vera. Transición de las matemáticas del ingeniero a las matemáticas profesionales", fue publicada en (Arboleda, 2015, 151-169).

[2] El resumen y las palabras clave en inglés fueron agregados por los editores.

Recibido por los editores el 10 de noviembre de 2015 y aceptado el 15 de enero de 2016.

Key words

History of Mathematics Education, Mathematics for Engineers, professional Mathematics, Francisco Vera, National University of Colombia.

1. La introducción de la Teoría de Conjuntos en Colombia

En la "Advertencia al Lector" de su obra *Introducción a la Teoría de Conjuntos* (Vera, 1948), Vera informa que elaboró este libro a partir de las notas del curso que dictó sobre estas materias en septiembre y octubre de 1942 en Bogotá por encargo de la Sociedad Colombiana de Ingenieros. Vera recuerda que alcanzó a publicar las dos primeras lecciones durante su estadía en Colombia, pero que tuvo que suspenderlas por "las dificultades tipográficas con que tropecé unidas a mi desplazamiento a la Argentina". Estas lecciones preliminares aparecieron en la revista de la Academia Colombiana de Ciencias (Vera, 1942). Si se compara este trabajo con la versión final publicada en Buenos Aires (Vera, 1948), se reconoce evidentemente el atraso del medio local bogotano en cuanto a capacidades y técnicas de impresión de signos y símbolos lógicos del lenguaje conjuntista, que dificultaban la empresa de difusión y apropiación de las matemáticas modernas entre quienes empezaban a interesarse por ellas.

De acuerdo con (Sánchez y Albis, 2009), la introducción de la teoría de conjuntos en Colombia empezó con este ciclo de seis conferencias de Vera. Estos mismos autores hacen una cuidadosa presentación del enfoque y contenido de la obra. El primer capítulo trata de las nociones preliminares de conjuntos (cardinal y ordinal, el principio de Schröder, las operaciones entre conjuntos); el segundo se refiere a la caracterización del continuo matemático (el principio de la diagonal, la continuidad de la recta real, la comparación de infinitos). En los capítulos siguientes expone, respectivamente, los problemas de la teoría de la dimensión, las propiedades de los conjuntos ordenados y bien ordenados, la hipótesis del continuo, los fundamentos de la aritmética transfinita y concluye con las paradojas del transfinito.

Aunque el carácter general del libro es divulgativo, Vera incluye numerosas referencias bibliográficas en notas de pie de página sobre la producción especializada en conexión con distintos temas de su tratado de matemática conjuntista. Aunque no se han explorado suficientes evidencias para documentar el impacto de los cursos impartidos por Vera, es posible imaginar que el verdadero propósito de estas referencias de mostrar la relevancia y fecundidad investigativa de los nuevos temas de la matemática conjuntista, no pudo pasar desapercibido de sus oyentes y lectores. El testimonio de uno de ellos, Mario Laserna, comprueba esta afirmación.

Con una inclinación particular hacia las ciencias y las matemáticas desde sus estudios de bachillerato, Laserna se sintió tan atraído por los cursos y conferencias de Vera que tomó clases particulares con él entre 1942 y 1944. Esta experiencia reafirmó su convicción de que era necesario promover el desarrollo de las matemáticas avanzadas en el país. Decidió entonces viajar a adelantar estudios de matemáticas y física en la Universidad de Columbia en Nueva York. En 1948 retornó al país con el proyecto de crear la Universidad de los Andes (1949) que adoptaba en sus programas académicos el modelo norteamericano del ciclo básico en matemáticas y humanidades (Albis y Sánchez, 2012).

Además de su producción intelectual en el campo de la filosofía de las ciencias y las matemáticas, Laserna es recordado en la comunidad matemática por haber reforzado y dado un nuevo giro de tuerca desde la Universidad de Los Andes al proceso de institucionalización y profesionalización de las matemáticas que se venía gestando de años atrás en la Universidad Nacional de Colombia. Supo reconocer en el momento oportuno que era necesario invitar al país a matemáticos de talla internacional como conferencistas ocasionales o profesores por largos periodos, con el fin de coadyuvar al mejoramiento del nivel de enseñanza de los programas de matemáticas universitarias, consolidar una masa crítica de jóvenes con vocación para prepararse en pocos años como matemáticos profesionales, e incluso mejorar la apreciación del público en general sobre el interés de cultivar las matemáticas como profesión autónoma.

Seis años después de que Vera introdujera en sus conferencias y publicaciones las bases generales de la teoría de conjuntos y la geometría de espacios abstractos, su discípulo de entonces, Laserna, facilitaba con la visita de von Neumann y Lefschetz en 1950 la cualificación en el nivel de divulgación de tales conocimientos de base. No se conocen los contenidos y el nivel de las conferencias, pero es posible inferir algunos elementos al respecto por la correspondencia que Laserna sostuvo con ambos matemáticos en la preparación de su visita, y por las noticias de prensa anunciando el acontecimiento (Ortiz Guzmán, 2011). A finales de los años 1940 el enfoque estándar de los conjuntos apuntaba menos a dar cuenta de la génesis de los fundamentos, o a discutir problemas filosóficos o paradojas lógicas, como a presentar el sistema de axiomas y las técnicas y procedimientos para formular y demostrar teoremas utilizando los métodos conjuntistas. Este tratamiento de los conjuntos en las conferencias de von Neumann y Lefschetz, junto con las estructuras de la topología y el álgebra moderna, eran la base para dar cuenta del objeto principal de las charlas: los fundamentos de la teoría de integración y la relatividad especial y general.

Este enfoque difiere claramente del que Vera empleó en su ciclo de conferencias sobre los conjuntos. En primer lugar, su presentación de la teoría de conjuntos parece más orientada a las necesidades de fundamentar el análisis infinitesimal en el continuo real que a relacionar los conjuntos con las estructuras algebraicas. A Vera le interesa sobre todo destacar el origen histórico de la noción de grupo en los métodos algebraicos de resolución de ecuaciones, y sus aplicaciones a los grupos de transformaciones. En varias obras divulgativas sobre las matemáticas Vera se refiere episódicamente al álgebra moderna y a los grupos como teorías de gran trascendencia en su época. Por ejemplo, en sus *Veinte matemáticos célebres* (Vera, 1961), publicación tardía de otro ciclo de conferencias históricas que dictó en Bogotá, ahora en el marco de un programa de divulgación científica auspiciado por el Ministerio de Educación Nacional.

En la *Introducción* (Vera, 1948) no establece ninguna conexión entre conjuntos y estructuras algebraicas. En otras obras eventualmente sí se establece esta conexión, pero desde el punto de vista de la genealogía de las ideas o como mención del estado del arte de las investigaciones, sin avanzar en su tematización matemática. Así, en la *Breve historia de las matemáticas*, al presentar "las tres piedras angulares de la matemática contemporánea" (funciones, grupos y conjuntos), Vera se refiere simplemente a la teoría abstracta de los grupos como uno de los campos de investigación más fecundos de los últimos tiempos, y menciona al azar los nombres de Sophus Lie, Cremona, Clifford, Noether y Cartan (Vera, 1946).

Un procedimiento parecido se emplea en el capítulo sobre "La geometría y la teoría de grupos" en la *Breve historia de la Geometría*, al informar sobre los tres grupos fundamentales de la geometría: métrica, proyectiva y topología (Vera, 1944). En el capítulo II de su *Matemática para ingenieros* dedicado al Análisis combinatorio, se introduce la noción de grupo de acuerdo con el enfoque histórico de su génesis en el análisis matemático (como grupos de sustituciones entre *n* elementos y *n* combinaciones lineales) y no como estructura algebraica (Vera, 1950-53). Incluso define las operaciones de isomorfismo y simetría entre grupos, pero no avanza más allá en un tratamiento algebraico abstracto de los grupos. Tampoco lo hace en el capítulo III sobre los números reales. A pesar de que construye los reales y establece sus operaciones fundamentales mediante las cortaduras de Dedekind, Vera insiste en mantener la interpretación intuitiva del principio de continuidad de los reales en términos de la biyección entre números y puntos de la recta geométrica. (p. 114).

Finalmente, es interesante retomar algunas informaciones sobre el estado de la institucionalización de las matemáticas en Bogotá que aparecen en los prólogos de dos de las obras antes mencionadas. En el prólogo de (Vera, 1948) se recuerda que este ciclo de conferencias era parte de una estrategia de la Sociedad de Ingenieros para divulgar la matemática pura, "puesto que la que se explicaba en la Universidad Nacional tenía más carácter concreto que abstracto, ya que entonces no existía aún en Colombia la Facultad de Ciencias creada recientemente". Efectivamente esta Facultad se creó en 1946 con el claro propósito de proporcionarle el espacio institucional adecuado a la formación científica y matemática de los estudiantes de la Universidad Nacional (Sánchez y Albis, 2012). Con esta apreciación se muestra que Vera seguía con atención desde su exilio en Argentina, un proceso del cual él había sido pieza clave durante su estancia en Bogotá, establecer un clima más favorable al estudio de las matemáticas abstractas, lo cual pasaba por transformar la tradición de enseñanza de las matemáticas clásicas en la profesión de ingeniero.

El prólogo de (Vera, 1961) contiene un aparte que sumado a las informaciones aportadas por otro estudio histórico (Cobos y Vallejo, 2014), arroja luz sobre las representaciones del ambiente cultural de Bogotá a las que se enfrentó Vera en su enseñanza de las matemáticas modernas. El libro es la publicación tardía de las conferencias de Vera bajo el mismo título, *Veinte matemáticos célebres*, las cuales se impartieron en el marco de un programa de divulgación científica auspiciado por el Ministerio de Educación Nacional. En este aparte Vera defiende la estrategia comunicativa "de espaldas al pizarrón y de cara al público", que él empleaba en sus charlas, como la más apropiada para la popularización de la ciencia.

Cobos y Vallejo (2014) publican dos textos ilustrativos de las tensiones locales en cuanto a esta estrategia. El primero es una nota del periódico estudiantil *Alpha* de la Facultad de Matemáticas e Ingeniería. En ella se cuestiona la enseñanza de Vera como nebulosa y peripatética, empleando un tono irreverente frente a España y los medios académicos españoles. Se afirma que es un sofisma contratar a alguien con una mentalidad subrealista para impartir el curso de Aritmética Analítica del primer año de la carrera, en la medida que en la Facultad de Ingeniería "el todo (de la enseñanza) es el tablero".

El segundo texto es el comentario de uno de los profesores más destacados de la Facultad (Ruiz Wilches) sobre este mismo asunto. El profesor critica a las directivas por emplear a profesores invitados del nivel de Vera en la enseñanza de cursos de la carrera de Ingeniería que los alumnos no están en capacidad de comprender. La alternativa es proponerle a Vera que se dedique más bien a impartir seminarios y conferencias semanales sobre distintos temas puros o prácticos de su especialidad.

2. La actualización del conflicto por la enseñanza de las Geometrías no euclidianas.

Julio Garavito (1865-1920) es el matemático colombiano de mayor reconocimiento en la primera mitad del siglo XX. Su nombre aparece asociado con la institucionalización de los estudios superiores en matemáticas como fundamento de la formación profesional del ingeniero civil. (Sánchez, 2015) es el trabajo más reciente y completo sobre la vida y la obra de Garavito. Nos interesa en particular su estudio de las distintas interpretaciones de la posición conservadora de Garavito al haber rechazado la difusión y apropiación en Colombia de la teoría de la relatividad y las geometrías no euclidianas. En este trabajo se revisan las condiciones que habrían hecho posible que, salvo excepciones (Carrizosa, Rozo, Duarte y Albis), esta posición fuera hegemónica en nuestros medios académicos y universitarios a lo largo de tres décadas. En (Garavito, 1917) Garavito comienza expresando que Lobachévski y Riemann han creado un "juguete", un armazón teórico, sin ninguna relación con la realidad y que a causa del "progreso moderno, una época de automovilismo y cinematografía, este acertijo no ha sido estudiado con la debida atención y es sólo uno dentro de toda la confusión que reina hoy en el mundo sabio".

En (Anacona y Arboleda, 1996) se muestra que Garavito era partidario de la concepción *a priori* del espacio kantiano, un espacio inherente a nuestro ser que no tiene otra posibilidad de existencia y que, al corresponder perfectamente con la realidad, constituía el objeto natural de la "legítima" geometría: la euclidiana. Admitía la existencia de otros espacios espacios no euclidianos y sus correspondientes geometrías, pero como entes imaginarios, como artefactos y constructos mentales que no pueden explicar la realidad. Frente a las posibilidades de difusión restringida que empezaban a tener las geometrías no euclidianas, Garavito y sus alumnos fueron firmes en cerrarle los espacios de legitimación institucional, y en apostar por las geometrías euclidianas tanto por razones epistemológicas (su pertinencia conceptual), como por razones pedagógicas (su comodidad y carácter intuitivo).

La visita de Vera revivió este conflicto. Según (Cobos y Vallejo, 2014) y (Cobos y Vaquero, 1999), además del curso sobre teoría de conjuntos Vera dictó otro en la Universidad Nacional en 1941 sobre *Principios Fundamentales de Geometría* para estudiantes y profesores de las Facultades de Matemáticas e Ingeniería y de Arquitectura. Los contenidos del segundo curso habían sido expuestos por el autor con anterioridad en la Universidad de Santo Domingo y se corresponden con la tabla de contenido de una obra publicada en 1943 bajo el mismo título en La Habana (Cobos y Vaquero, 1999): I) El espacio y la geometría, II) La geometría, ciencia deductiva, III) Los *Elementos* de Euclides, IV) Construcción del espacio abstracto, V) El espacio y los movimientos, VI) El axioma de paralelismo, VII) Nuevas orientaciones del espacio geométrico y VIII) Orden y continuidad.

Estas conferencias cuestionaban de hecho la apuesta euclidiana de Garavito. El público empezaba entonces a tomar conciencia de que otras aproximaciones a la geometría del espacio eran posibles y que en las sistematizaciones de conocimientos de Vera nada validaba el presagio de bancarrota de la ciencia que Garavito había pronosticado veinticinco años antes. Con un estilo divulgativo que empleaba hábilmente los recursos de la narrativa histórica, Vera exponía la génesis y el estado de arte de los conocimientos avanzados.

Manteniendo un equilibrio entre intuición y formalismo, mostraba que era posible una forma didáctica de familiarizar al ingeniero matemático promedio con los fundamentos de teorías poco o nada difundidas en el país. Por la misma época en que impartía estos cursos empezó a circular en Bogotá su *Tratado de Geometría Proyectiva* (Vera, 1941). Un par de reseñas pueden ayudar a entender el choque de opiniones sobre esta obra en cuanto vector de divulgación de las geometrías no euclidianas. Una de ellas se expresaba favorablemente en los siguientes términos (Cobos y Vaquero, 1999):

> El nuevo libro del profesor Vera constituye una partida más en su copioso haber matemático. La rama más joven de la geometría, apenas conocida entre nosotros, adquiere, bajo la pluma del profesor español, una rara claridad y sistematización, amén del rigor que es hoy un imperativo en las ciencias exactas en las que hay que prescindir de la peligrosa intuición del espacio para someterse a las inflexibles reglas de la lógica. De acuerdo con este criterio, el autor de la obra que comentamos, parte de los postulados de la geometría moderna para elevarse, por abstracciones sucesivas, a las más altas regiones del pensamiento geométrico, pero de una manera gradual e insensible, lo que hace agradable la lectura del libro, siempre, claro está, que se siga con detenimiento y atención, la cual descansa, por las referencias históricas que se encuentran a cada paso, lo que constituye un respiro para el lector, al propio tiempo que le ilustra acerca de la génesis de las nuevas teorías.

Una segunda reseña de autor anónimo se publicó en la Revista de la Academia de Ciencias expresando una opinión opuesta a la anterior (Cobos y Vallejo, 2014)). Empezaba reconociendo que el contenido geométrico del libro era de lo más completo que hasta ahora se había conocido en el medio local, y que tratándose de ideas tan abstractas, complejas y difíciles su presentación era clara, rigurosa y didáctica. Sin embargo, su objeción era la misma que había mantenido años atrás Garavito sobre la inconveniencia de divulgar las geometrías no euclidianas a los estudiantes de las profesiones de ingeniería y arquitectura, cuya formación debía limitarse a los conocimientos matemáticos clásicos.

Las "materias sutiles" del tratado de Vera debían enseñarse en los programas de estudio de matemáticas puras si existiesen. Hacerlo en la enseñanza profesional forzosamente conduciría a un caos a todas luces perjudicial. No se trataba de impedir la discusión de la obra, pues ella no podía pasar desapercibida ni por la importancia y actualidad de su contenido ni por el prestigio del autor. Se trataba más bien de limitar esta discusión al reducido número de personas que habiendo trajinado con las especulaciones matemáticas modernas, tuvieran ya formado "el hábito de conformarse a puntos de vista totalmente distintos de las doctrinas clásicas".

La reseña reconoce tácitamente que a la fecha empezaba a manifestarse cierta demanda de conocimientos matemáticos por su valor intrínseco y que no era posible satisfacer esta demanda con la formación profesional del ingeniero civil en el marco del patrón de currículo euleriano; incluso se sugiere la creación de espacios institucionales distintos a los de la Facultad de Matemáticas e Ingeniería. Esta tendencia a impulsar la institucionalización de las matemáticas, asociada al esfuerzo decidido de algunos académicos que esperaban responder así a la formación en nuevos contenidos, empezaría a tomar cuerpo con la creación en 1946 de la Facultad de Ciencias de la Universidad Nacional. (Sánchez y Albis, 2012).

En todo caso, la reseña termina recordando, a quienes pudieran estar interesados en adentrarse en estas "materias sutiles" de las matemáticas, que desde su creación la Academia de Ciencias había asumido la defensa de los "puntos de vista conservadores" de Garavito; en particular en lo relacionado con su oposición a las geometrías no euclidianas y a la teoría de la relatividad, por no constituir un "cuerpo de doctrina definitivo en el campo de la especulación matemática".

3. La diferenciación entre matemáticas técnicas y matemáticas abstractas en la formación del ingeniero.

Es interesante preguntarse por las ideas de Vera sobre el carácter más abstracto que concreto de las matemáticas que debían impartirse al ingeniero y que muy seguramente expuso en sus cursos y conferencias en Bogotá, en particular en la Facultad de Matemáticas e Ingeniería. A partir de 1950 empiezan a publicarse en Buenos Aires los tres volúmenes del curso *Matemática para Ingenieros*, un curso universitario en tres volúmenes con un enfoque moderno de los contenidos que se requerían en los programas de las Escuelas y Facultades de Ingeniería sobre Análisis algebraico, Cálculo diferencial y Cálculo integral, respectivamente. En el prólogo, Vera afirma lo siguiente con respecto a este enfoque (Vera, 1950-1953, vol. 1):

> El ingeniero de hoy no puede limitarse a la Matemática euleriana, sino que necesita de las teorías que nacieron a lo largo del siglo XIX y lo que va corrido del XX si quiere contribuir al progreso de la ciencia y, como corolario, a hacer más amable la vida de los hombres.

Con base en ejemplos de la historia de la ciencia muestra que en sus modelaciones de fenómenos de la naturaleza, físicos y matemáticos como Laplace, lord Kelvin, Maxwell, Levi- Civita, Einstein y Hilbert, le dieron a los ingenieros "el medio para fijar racionalmente la expresión analítica más adecuada, quedando el empirismo reducido a fijar los valores numéricos que conviene asignar a los coeficientes". Luego agrega a manera de conclusión:

> La Matemática es un medio y no un fin para el técnico, mas la aplicación de aquel medio a este fin exige no el manejo automático de un formulario, sino la interpretación racional de los hechos reducibles a la noción de medida, o dicho con palabras de Bacon: Si la experiencia no está guiada por la teoría, es ciega: si la teoría no está apoyada en la experiencia es incierta y engañosa.

Un aspecto interesante que distingue el enfoque de Vera comparado con los tradicionales textos de matemáticas para el ingeniero, es su manera de presentar los fundamentos del análisis. Es cierto que en el segundo volumen de su tratado emplea los infinitésimos para introducir a los alumnos en representaciones intuitivas de los conceptos básicos del cálculo diferencial. Pero ya en el primer volumen sobre Análisis Algebraico, el lector ha sido prevenido que en cuanto al continuo real, se trata no solo de percibir sus propiedades mediante técnicas empíricas, sino de caracterizar teóricamente a los reales como campo numérico. De manera que en el capítulo tercero procede a definir las cortaduras de Dedekind sobre R, y pasa luego a estudiar las propiedades algebraicas de las operaciones sobre el campo.

Vera reafirma su posición de que la garantía de la conceptualización matemática es la formalización de las ideas y que un curso para los ingenieros no podría limitarse a su representación técnica o perceptual. Utiliza para ello la distinción entre matemática de "precisión" y matemática de "aproximación" (Vera, 1950-1953, vol. 1, 110):

> Aquella es la que facilita el desarrollo de ésta, la cual sólo interviene en las aplicaciones prácticas, de tal modo que las necesidades de la técnica quedan satisfechas siempre que se alcance un límite de exactitud no superable por medios físicos; la matemática de precisión exige, en cambio, plena satisfacción lógica.

Para aclarar el tipo de uso de los infinitésimos en Vera, recordemos que Duhamel introdujo el clásico *Principio de Substitución* (PS) que permite reemplazar un infinitésimo por otro a condición de que el cociente de ambos tenga como límite la unidad. Con este principio Duhamel había pretendido fundar sobre una misma base racional tanto el Análisis como sus aplicaciones a la Mecánica (Schubring, 2005). Las distintas formulaciones conceptuales del PS les han permitido a los historiadores de la matemática fijar criterios epistemológicos para examinar las transformaciones de los textos de cálculo con respecto al proceso de fundamentación del análisis en los siglos XIX y XX. La tipología más reconocida es la de M. Zerner y se puede resumir en los siguientes términos (Arboleda, 2002), (Schubring, 2005) y (Arbeláez, 2011):

Si la formulación del PS en términos del límite de una suma de infinitésimos, involucra o no el concepto de convergencia uniforme, se dice que el texto es de tercera o de segunda generación respectivamente. Así, el cálculo de Sturm, un texto ampliamente utilizado en la formación de profesores e ingenieros en Colombia en la primera mitad del siglo XX, es de segunda generación. En ausencia de una construcción de los reales para sustentar el cálculo, Sturm apela a una presentación completa de las propiedades de los infinitesimales de diferentes órdenes, en particular a través del PS, el cual será empleado posteriormente en la demostración de teoremas sobre continuidad, derivadas y diferenciales. Por el contrario, en un texto de tercera generación como el de Humbert, con una presentación moderna de los fundamentos del análisis, el uso del PS se expresa rigurosamente en términos del concepto de convergencia uniforme.

Este es el patrón empleado en (Vera, 1950-1953), concretamente cuando introduce los infinitésimos y el PS en el volumen 2 del cálculo diferencial como base para su estudio de las series numéricas y de la diferencial de un arco de curva plana. Además, el tratamiento del concepto de convergencia uniforme en conexión con el PS no es operatorio ni episódico. Este concepto es tratado de manera coherente a lo largo del volumen, principalmente en los apartes consagrados a la teoría de series de potencias y series de funciones de una y varias variables.

En fin, otra característica que permite considerar al tratado de Vera como una obra de tercera generación, se encuentra en el tercer volumen. El primer parágrafo sobre los "Fundamentos del cálculo integral" empieza ilustrando el concepto de integral por medio de la noción de área bajo una curva. Sin embargo, siguiendo el patrón de los textos de tercera generación, rápidamente abandona el tratamiento de los infinitésimos para formalizar el concepto de integral definida como el límite de las sumas de Riemann y luego procede a demostrar su existencia como un teorema (p. 14). Observamos que la función sobre la cual Vera establece la integral está definida y acotada en un intervalo, pero no necesariamente es continua en ese intervalo. Según Vera, se trata así de corregir una "petición de principio" que se podría haber deslizado en la presentación de la integral definida como área bajo la curva, al limitar el concepto de integral a la clase de funciones suaves, es decir continuas y diferenciables en el intervalo salvo en puntos aislados.

4. Las ambigüedades epistemológicas del primer texto de Análisis publicado en Colombia

Jorge Acosta Villaveces (1891-1965) se graduó en la Facultad de Matemáticas e Ingeniería de la Universidad Nacional en 1912. Fue el discípulo más destacado de Garavito y su sucesor en la cátedra de matemáticas superiores de la misma facultad. En particular, salvo algunas intermitencias, tuvo a su cargo la enseñanza del curso de tercer año de cálculo integral y ecuaciones diferenciales en los años de 1940. Los estudiantes que tomaban este curso habían cursado la aritmética analítica en el primer año, y el álgebra superior y el cálculo diferencial en el segundo año. De acuerdo con una tradición que parece haberse originado en Garavito, los cursos de cálculo se impartían por el texto de Sturm que, como se ha visto era de segunda generación, pero a los estudiantes más aventajados se les asignaba como libros de consulta otros de tercera generación, concretamente el de Humbert.

Acosta introdujo la costumbre de sistematizar en un tratado el conjunto de lecciones impartidas a lo largo de su práctica docente y publicarlas para su divulgación en la comunidad de ingenieros y profesores de matemáticas, aprovechando para ello las revistas especializadas y los nuevos medios de impresión. En 1932 publicó en los "Anales de Ingeniería" un artículo sobre el cálculo del valor aproximado de una serie por medio de integrales, en donde expresa la concepción geométrica de integral definida como área bajo la curva de la función. (Acosta, 1932). Una vez establecida la fórmula de la relación entre una suma de Cauchy y la integral definida de una función cualquiera, Acosta presenta varios métodos para apreciar el grado de aproximación de esta suma.

El razonamiento es este momento es puramente operatorio e instrumental, sin que se manifieste ninguna preocupación por las condiciones de existencia de la integral definida.

Una vez creada la Revista de la Universidad Nacional de Colombia, Acosta publicará por entregas varias lecciones de su curso de cálculo integral (Acosta, 1945-1948). Tres años después apareció su libro *Análisis matemático* que incorpora la totalidad de las lecciones de los cursos de cálculo integral y de ecuaciones diferenciales por él impartidos en la Facultad de Matemáticas e Ingeniería (Acosta, 1951). Este fue el primer texto de matemáticas publicado en el país por un ingeniero matemático de la generación de comienzos del siglo XX; por tanto lleva la impronta de los anacronismos y ambigüedades epistemológicas propios del tratamiento por infinitesimales de los fundamentos del análisis. Quince años después de su publicación, varios profesores de matemáticas comenzaron a promover el hábito profesional de escribir y publicar libros como recursos pedagógicos para la enseñanza universitaria de las matemáticas, esta vez de acuerdo con las presentaciones de los fundamentos que hoy empleamos corrientemente.

Las características epistemológicas y el enfoque pedagógico del libro de Acosta han sido objeto de varios estudios (Arboleda, 2002) y (Arbeláez, 2011). Por ejemplo, en (Arboleda, 2002) se muestra que en el libro (Acosta, 1951) se impone la concepción de integral como antiderivada, en lugar del enfoque heredado de Cauchy que consiste en establecer de manera analítica la propiedad constitutiva de la integral como objeto matemático. Esta decisión parece corresponder a un interés pedagógico deliberado de aprovechar representaciones mentales de la relación inversa entre ambas operaciones, mediante el modelo geométrico de la integral como área.

Al demostrar por este procedimiento la existencia de la integral, Acosta asume la monotonía de la función (continua) en los subintervalos de la partición, y utiliza (implícitamente) el principio de sustitución cuando elimina una cantidad infinitesimal para quedarse con la parte principal del incremento. Adicionalmente, su demostración reposa sobre la aceptación de que el área es una noción *a priori*. Estas son las tres características que, desde el punto de vista de los fundamentos, distinguen a un texto de análisis de la segunda generación.

Más importante todavía, en el paso al límite que le permite obtener la expresión algebraica de la integral definida, Acosta no tiene en cuenta el concepto de convergencia uniforme, y sigue manteniendo la idea incorrecta de que una suma de funciones continuas en cualquier partición del intervalo necesariamente converge en el intervalo a una función continua. No obstante lo anterior, en (Arbeláez, 2011) se argumenta en favor de la idea de que en el tratamiento de los fundamentos por infinitesimales en Acosta se encuentran trazas de una reinterpretación o lectura hibrida del libro de Sturm, la cual habría estado mediada por su familiaridad con textos de otro paradigma como el libro de Humbert.

Esta apertura del pensamiento matemático a un abordaje no finitista de los procesos infinitos, estaría mostrando que la recepción y apropiación de un nuevo texto no se da en un contexto local neutro, sino que resulta de su interacción compleja con los factores sociales y culturales de ese contexto.

Referencias y bibliografía

Acosta Villaveces, J. (1932). Cálculo aproximado de la suma de un número finito de términos de una serie por medio de las integrales definidas. *Anales de Ingeniería, 40*, 471, 578-587.

Acosta Villaveces, J. (1945-1948). Curso de análisis matemático dictado en la Facultad de Matemáticas e Ingeniería. *Revista de la Universidad Nacional de Colombia, 3*(1945), 335-346; *4*(1945), 309-331; *12*(1948), 261-274.

Acosta Villaveces, J. (1951). *Análisis matemático*. Bogotá: Minerva.

Albis, V. S. y Sánchez, C. H. (2009). La introducción de la teoría de conjuntos y la matemática moderna en Colombia. Primera parte: el aporte de los extranjeros. *Mathesis. Filosofía e Historia de las Ideas Matemáticas, III*, 4, 265-293.

Arbeláez, G. I. (2011). *Proceso de instauración del análisis matemático en Colombia: 1850-1950*. Tesis doctoral. Universidad del Valle, Instituto de Educación y Pedagogía.

Arbeláez, G. I. y Recalde, L. C. (2012). El desarrollo del análisis matemático en Colombia (1850-1950). *Quipu, Revista Latinoamericana de Historia de las Ciencias y la Tecnología, 14*(3), 363-394.

Arboleda, L. C. y Anacona, M. P. (1996). Las geometrías no euclidianas en Colombia: La apuesta euclidiana del profesor Julio Garavito (1865-1920). *Quipu, Revista Latinoamericana de Historia de las Ciencias y la Tecnología, 4*(1), 7-24.

Arboleda, L. C. (2002). Los tratados franceses en la enseñanza del análisis en Colombia (1851-1951): Sturm, Humbert y los otros. *Revista de la Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, 26*, 533-543.

Arboleda, L. C. (ed.)(2015). *Desarrollo histórico de las matemáticas y la ingeniería en Colombia en los siglos XIX y XX*. Bogotá: Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales.

Cobos Bueno, J. M. y Vaquero Martínez, J. M. (1999). Matemáticas y exilio: la primera etapa americana de Francisco Vera. *Llull, Revista de la Sociedad Española de Historia de las Ciencias y las Técnicas, 20*, 507-528.

Cobos Bueno, J. M. y Vallejo Villalobos, J. R. (2014). *Francisco Vera Fernández de Córdoba. Crónica de su exilio y recuperación de su memoria*. Manuscrito en prensa.

Garavito, J. (1917). ¿Bancarrota de la Ciencia? *Anales de Ingeniería, 25*, 101-107.

Ortiz Guzmán, F. (2011). *La visita de John von Neumann y Solomon Lefschetz a la Universidad de los Andes en 1950*. Bogotá: Ediciones Uniandes.

Sánchez, C. H. y Albis, V. S. (2012). Historia de las matemáticas en Colombia: De Mutis al siglo XXI. *Quipu, Revista Latinoamericana de Historia de las Ciencias y la Tecnología, 14*, 1, 109-157.

Sánchez, C. H. (2015). *Julio Garavito Armero y el desarrollo de la ciencia en Colombia*. Manuscrito en prensa.

Schubring, G. (2005). *Conflicts between Generalization, Rigor, and Intuition. Number Concepts Underlying the Development of Analysis in 17-19th Century France and Germany*. New York: Springer.

Vera, F. (1941). *Tratado de geometría proyectiva*. La Habana: Cultural.

Vera, F. (1942). Teoría de Conjuntos. *Revista de la Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, 5*(18), 230-240.

Vera, F. (1943). *Principios fundamentales de geometría*. La Habana: Cultural.

Vera, F. (1943). *La historia de las ideas matemáticas*. Sociedad Colombiana de Ingenieros. Bogotá: Editorial Centro.

Vera, F. (1944). *Breve historia de la geometría*. Buenos Aires: Losada. Vera, F. (1946). *Breve historia de las matemáticas*. Buenos Aires: Losada. Vera, F. (1948). Introducción a la teoría de conjuntos. Buenos Aires: Coepla.

Vera, F. (1950-1953). *Matemáticas para ingenieros*. Vol. 1 (1950), vol. 2 (1951), vol. 3(1953). Buenos Aires: Ediar Editores.

Vera, F. (1961). *Veinte matemáticos célebres*. Buenos Aires: Compañía Fabril Editora.